

METODI MATEMATICI DELLA FISICA
Prova scritta del 21 luglio 2016

i) Calcolare la parte reale della funzione analitica $f(z)$ salendo che $f(0) = i$ e che $\text{Im}f = 1 + 3xy$.

ii) Calcolare la derivata della distribuzione $\langle F|\varphi \rangle = \int_{-1}^1 dx \varphi(x)$.

iii) Per quali valori di $\alpha \in \mathbb{C}$ la funzione $\frac{x^\alpha}{1-ix}$ appartiene a $L^2(0, \infty)$?

AVVERTENZA: 2 dei 3 esercizi i,ii,iii devono avere valutazione sufficiente, altrimenti la prova è comunque valutata insufficiente.

Esercizio 1

Calcolare l'integrale ($y > 0$):

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\sin(x-y)}{x^4 + y^4}$$

Esercizio 2

La funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{1}{e^{2z} - 3e^z + 2}$$

ha una singolarità isolata in $z = 0$, si determini la parte principale del relativo sviluppo di Laurent ed il raggio di convergenza della parte a potenze positive.

Esercizio 3

Si consideri l'espressione

$$\exp M = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- 1) Calcolare la traccia di M .
- 2) Risolvere l'equazione matriciale nell'incognita M .