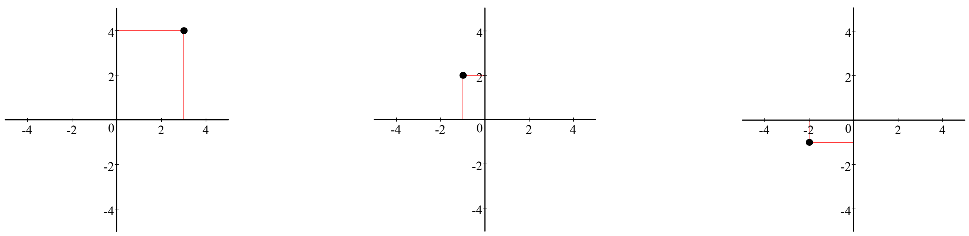
Lezione 6
Soluzioni Esercizi

Sol. Ex. 6.1.



(a)

(b) I punti simmetrici rispetto all'asse x (indicati con la stessa lettera e l'apice $'$) sono:

$$A' = (3, -4),\ B' = (-1, -2),\ C' = (-2, 1),\ D' = (3, 4),\ E' = (0, 3).$$

I punti simmetrici rispetto all'asse y (indicati con la stessa lettera e l'apice *) sono:

$$A^* = (-3, 4),\ B^* = (1, 2),\ C^* = (2, -1),\ D^* = (-3, -4),\ E^* = (0, -3).$$

Sol. Ex. 6.2.

(a) $|4 - 8| = 4$;

(b) $|-1 - 5| = 6$;

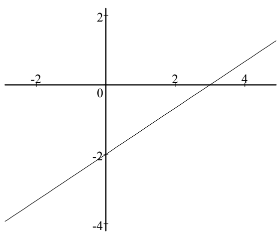
(c) $\sqrt{(1-2)^2 + (5-6)^2} = \sqrt{2}$;

(d) $\sqrt{65}$;

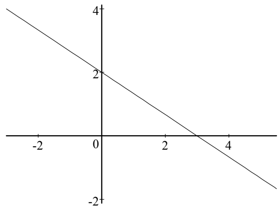
(e) 5;

(f) 25.

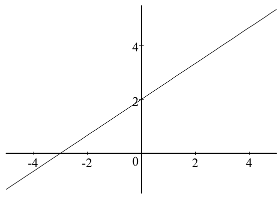
Sol. Ex. 6.3.



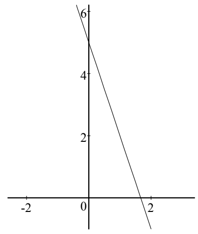
$2x - 3y = 6$



$2x + 3y - 6 = 0$



$y = \frac{2}{3}x + 2$



$y = -3x + 5$

Sol. Ex. 6.4.

(a) Cerchiamo l'equazione della retta nella forma $y = mx + q$:

$$\begin{cases} 3 = 4m + q \\ -2 = -2m + q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = 6m \\ q = 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{6} \\ q = -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow y = \frac{5}{6}x - \frac{1}{3};$$

(b) $x = 4$;

(c) $y = -\dfrac{7}{4}x + \dfrac{5}{4}$;

(d) $y = -2x + 2$;

(e) $y = 2$.

Sol. Ex. 6.5.

(a) $m = 3$ e $q = 0$, quindi $y = 3x$;

(b) $m = 2$ e $3 = 2 \cdot 1 + q$, da cui $q = 1$ e $y = 2x + 1$;

(c) $y = x + 6$;

(d) $m = -\dfrac{1}{3}$ e $q = 0$, quindi $y = -\dfrac{x}{3}$;

(e) $y = -\dfrac{x}{2} + \dfrac{7}{2}$.

Sol. Ex. 6.6.

(a) $P = (-11, -19)$;

(b) $P = \left(\dfrac{8}{3}, \dfrac{7}{3}\right)$;

(c) $P = (1, -4)$;

(d) le rette sono parallele: non si intersecano!

(e) le due equazioni rappresentano la stessa retta: coincidono (hanno tutti i punti in comune).

Sol. Ex. 6.7.

(a) r ed s sono parallele non coincidenti (hanno lo stesso coefficiente angolare);

(b) r ed s sono coincidenti;

(c) r ed s sono incidenti (in questo caso sono perpendicolari);

(d) r ed s sono incidenti.

Sol. Ex. 6.8

(a) Sì: $C = (0, 0)$, $\quad r = \sqrt{2}$;

(b) Sì: $C = (3, 0)$, $\quad r = 3$;

(c) No: $x^2 + y^2 + 3$ non si annulla mai;

(d) Sì: $C = \left(0, -\frac{3}{2}\right)$, $\quad r = \frac{3}{2}$;

(e) Sì: $C = (-3, 1)$, $\quad r = 3$;

(f) No: $x^2 + 2x + y^2 + 3 = (x + 1)^2 + y^2 + 2$ non si annulla mai;

(g) Sì: $C = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $\quad r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 1} = \sqrt{\frac{3}{2}}$;

(h) No: $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = (x - 1)^2 + (y + 3)^2$ si annulla solo per $x = 1$, $y = -3$: quindi rappresenta solo il punto $C = (1, -3)$.

Sol. Ex. 6.9.

(a) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$;

(b) $C = \left(3, \frac{5}{2}\right)$ e $r = \frac{1}{2}\sqrt{4^2 + 3^2} = \frac{5}{2}$, quindi l'equazione della circonferenza è:
$(x - 3)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$;

(c) $x^2 + y^2 = 9$.

Sol. Ex. 6.10

(a) $y = \frac{1}{4}x^2$: asse $x = 0$, $V = (0, 0)$; il vertice è l'unica intersezione con l'asse x. Parabola rivolta verso l'alto.

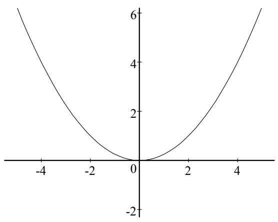
(b) $y = -x^2 + 2$: asse $x = 0$, $V = (0, 2)$, intersezioni con l'asse x: $\left(\sqrt{2}, 0\right)$, $\left(-\sqrt{2}, 0\right)$. Parabola rivolta verso il basso.

(c) $y = 2x^2 - 3x$: asse $x = \dfrac{3}{4}$, $V = \left(\dfrac{3}{4}, -\dfrac{9}{8}\right)$, intersezioni con l'asse x: $(0,0)$, $\left(\dfrac{3}{2}, 0\right)$. Parabola rivolta verso l'alto.

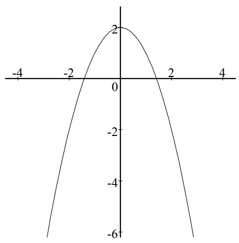
(d) $y = x^2+4x+2$: asse $x = -2$, $V = (-2,-2)$, intersezioni con l'asse x: $\left(-2-\sqrt{2}, 0\right)$, $\left(-2+\sqrt{2}, 0\right)$. Parabola rivolta verso l'alto.

(e) $y = -x^2 + 6x - 5$: asse $x = 3$, $V = (3,4)$, intersezioni con l'asse x: $(1,0)$, $(5,0)$. Parabola rivolta verso il basso.

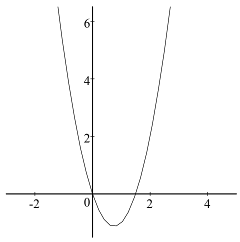
(f) $y = \dfrac{1}{2}x^2 - 2x + \dfrac{5}{2}$: asse $x = 2$, $V = \left(2, \dfrac{1}{2}\right)$, nessuna intersezione con l'asse x. Parabola rivolta verso l'alto.



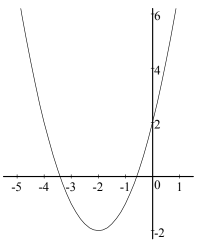
$y = \frac{1}{4}x^2$



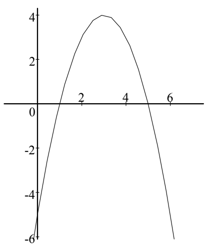
$y = -x^2 + 2$



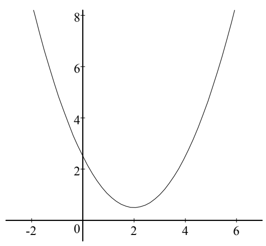
$y = 2x^2 - 3x$



$y = x^2 + 4x + 2$

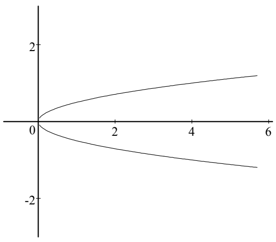


$y = -x^2 + 6x - 5$

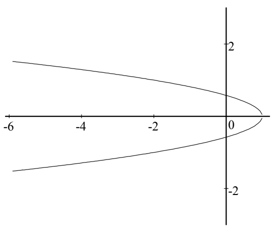


$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{5}{2}$

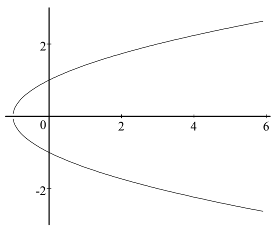
Sol. Ex. 6.11.



$x = 4y^2$



$x = 1 - 3y^2$



$x = y^2 - 1$

Sol. Ex. 6.12.

(a) Due intersezioni: $(0,1)$ e $(4,5)$;

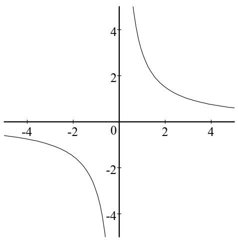
(b) due intersezioni: $(1,1)$ e $(-2,4)$;

(c) nessuna intersezione;

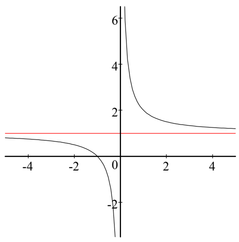
(d) due intersezioni: $(3,-4)$, $(3,1)$;

(e) due intersezioni: $\left(\dfrac{-1-\sqrt{37}}{2}, 3\right)$ e $\left(\dfrac{-1+\sqrt{37}}{2}, 3\right)$.

Sol. Ex. 6.13.



$$y = \frac{3}{x}$$

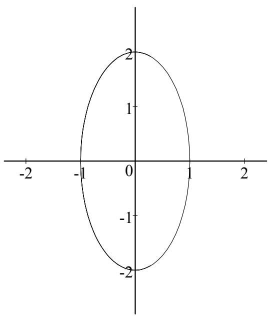


$$y = \frac{x+1}{x}$$

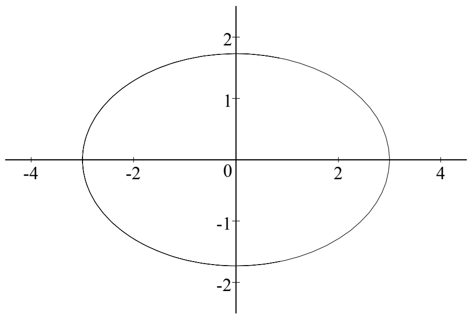
Sol. Ex. 6.14.

(a) L'ellisse interseca l'asse x nei punti $(1,0)$ e $(-1,0)$, l'asse y nei punti $(0,2)$ e $(0,-2)$.

(b) L'ellisse interseca l'asse x nei punti $(3,0)$ e $(-3,0)$, l'asse y nei punti $(0,\sqrt{3})$ e $(0,-\sqrt{3})$.



$$x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$$



$$x^2 + 3y^2 = 9$$