

Lezione 3

Soluzioni Esercizi

Sol. Ex. 3.1.

a) $3d^2ax = 2$	per	$a = 1$	$d = 2$	$x = \frac{1}{6}$
$= 9$	per	$a = 2$	$d = \frac{1}{2}$	$x = 6$
$= \frac{15}{2}$	per	$a = \frac{1}{2}$	$d = 1$	$x = 5$
b) $-\frac{1}{2}xz^3 = -4$	per	$x = 1$	$z = 2$	
$= 9$	per	$x = \frac{2}{3}$	$z = -3$	
$= -\frac{1}{8}$	per	$x = -\frac{1}{4}$	$z = -1$	

Sol. Ex. 3.2.

a) $\frac{1}{2}x^2ayz^4$ è di ottavo grado, (secondo in x , primo in a e in y , quarto in z) ecc.

Sol. Ex. 3.3.

a) $2x^2yz^3$ SI	b) $\frac{3}{2}axb^5 - \frac{1}{2}ax^5b$ NO
c) $6x^3yadwz^3$ SI	d) $-b^3x^3wy$ SI
e) $\frac{11}{5}a^2y^5$ SI	f) $2aw^2y^{-1}$ NO
g) $\frac{4}{25}x^4y^2w^6$ SI	h) $x^3y^6a^3b^9$ SI

Sol. Ex. 3.4.

a) $8x^2y + 2xz + 3x^2z^3 + 8y$

b) $18a^2y + 9a^2y^2 - 2z^3$

c) $2y + 10a - axy - 5a^2x$

Sol. Ex. 3.5.

a) $9a^4 + 4a^2y^3 + \frac{4}{9}y^6$

b) $8x^6 - 12x^4b + 6x^2b^2 - b^3$

c) $a^6 - 9$

d) $9y^2 - 16w^2$

e) $8a^3 - 27b^3$

Sol. Ex. 3.6.

a) $\left(\frac{a}{2} + 1\right)^2$

b) $(3x^2 + 2c)^2$

c) $(xy - 3a^2)^2$

d) $(2x^2 + 5b) \cdot (2x^2 - 5b)$

e) $(4 + ax^2) \cdot (4 - ax^2)$

f) $(2x - 3b)^3$

g) $(2w^2 - 3) \cdot (4w^4 + 6w^2 + 9)$

h) $4xa$

i) $2a(3x^2 + a^2)$

Sol. Ex. 3.7.

a) $\frac{2(3\sqrt{5} - \sqrt{2})}{43}$

b) $-4(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

c) $-(1 + \sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2})$

Sol. Ex. 3.8.

a) 1125

b) 928

c) 1

Sol. Ex. 3.9.

a) $\frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1} + x}$

b) $\frac{\sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + x}}{2 - x}$

Sol. Ex. 3.10.

a) $\frac{1}{x - y}$

b) $\frac{2a}{a - b}$

c) $\frac{1}{1 - y^2}$

d) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

e) 2

f) $\frac{1}{a^3 - b}$

Sol. Ex. 3.11.

a) $cx \cdot (x - y)$

b) $3a \cdot (2a^2 + z - 3ax^2)$

c) $x^2z^4 \cdot (13xz + 12 + 4x^4z^2)$

d) $3x^2 \cdot (9x^2 - 6x + 1) = 3x^2 \cdot (3x - 1)^2$

Sol. Ex. 3.12.

$$\text{a)} \quad 3 \cdot (2x - 1) - 5xy \cdot (2x - 1) = (3 - 5xy)(2x - 1)$$

$$\text{b)} \quad z \cdot (2x^2y + 3y^2z - 2x^2 - 3yz) = z \cdot [2x^2 \cdot (y - 1) + 3yz \cdot (y - 1)] = z \cdot (2x^2 + 3yz) \cdot (y - 1)$$

$$\text{c)} \quad -3xy^3 \cdot (1 + b^2) + 5x^2 \cdot (1 + b^2) = (5x^2 - 3xy^3) \cdot (1 + b^2) = x \cdot (5x - 3y^3) \cdot (1 + b^2)$$

Sol. Ex. 3.13.

$$-1, \quad 6, \quad 0, \quad 27, \quad -21, \quad \frac{9}{16}, \quad -\frac{3}{16}$$

Sol. Ex. 3.14.

$$a = 0 \qquad b = -1 \qquad c = 3 \qquad d = 5$$

Sol. Ex. 3.15.

$$\text{a)} \quad Q(x) = x^2 + 2 \qquad R(x) = 5 \qquad x^4 + 1 = (x^2 - 2)(x^2 + 2) + 5$$

$$\text{b)} \quad Q(x) = x + 2 \qquad R(x) = -2 \qquad x^3 + x^2 - x = (x^2 - x + 1)(x + 2) - 2$$

$$\text{c)} \quad Q(x) = x - 1 \qquad R(x) = x \qquad x^3 - 3x^2 + 4x - 1 = (x^2 - 2x + 1)(x - 1) + x$$

$$\text{d)} \quad Q(x) = 5x + \frac{1}{2} \qquad R(x) = x - \frac{1}{2} \qquad \frac{5}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - 4x - 1 = \left(\frac{1}{2}x^2 - 1\right) \cdot Q(x) + R(x)$$

$$\text{e)} \quad Q(x) = -2x^2 + 3x + 1 \quad R(x) = 2x + 2 \quad -4x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 1 = (2x^2 + x - 1) \cdot Q(x) + R(x)$$

Sol. Ex. 3.16.

$$\text{a)} \quad x^3 - 1 \quad \text{non è divisibile per } (x + 1), \text{ poiché in } -1 \text{ il polinomio vale } -2$$

$$\text{b)} \quad x^3 + 1 \quad \text{è divisibile per } (x + 1), \text{ poiché in } -1 \text{ il polinomio vale } 0$$

$$\text{c)} \quad x^4 - 1 \quad \text{è divisibile per } (x + 1), \text{ poiché in } -1 \text{ il polinomio vale } 0$$

$$\text{d)} \quad x^4 + 1 \quad \text{non è divisibile per } (x + 1), \text{ poiché in } -1 \text{ il polinomio vale } 2$$

Sol. Ex. 3.17.

- a) $P(1) = 0$: divisibile $x^3 - 1 = (x - 1) \cdot (x^2 + x + 1)$
- b) $P(1) = 2$: non divisibile $x^3 + 1 = (x^3 - 1) + 2 = (x - 1) \cdot (x^2 + x + 1) + 2$
- c) $P(1) = 0$: divisibile $x^4 - 1 = (x - 1) \cdot (x^3 + x^2 + x + 1)$
- d) $P(1) = 2$: non divisibile $x^4 + 1 = (x^4 - 1) + 2 = (x - 1) \cdot (x^3 + x^2 + x + 1) + 2$

Sol. Ex. 3.18.

- a) $(x^6 - 1) = (x^2 - 1) \cdot (x^4 + x^2 + 1) = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x^4 + x^2 + 1)$ è divisibile per entrambi i binomi
- b) $(x^6 + 1) = (x^6 - 1) + 2 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x^4 + x^2 + 1) + 2$ non è divisibile per $(x - 1)$ né per $(x + 1)$: in entrambe le divisioni il resto è 2

Sol. Ex. 3.19.

- a) $P(2) = 0$; $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 6 = x^2 \cdot (x - 2) + 3(x - 2) = (x^2 + 3) \cdot (x - 2)$
- b) $P(-1) = 0$; con la regola di Ruffini: $P(x) = (2x^2 - x + 3) \cdot (x + 1)$
- c) $P\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$; con la regola di Ruffini: $P(x) = (x - 5) \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right)$
- d) $P\left(\frac{1}{2}\right) = 0$; con la regola di Ruffini: $P(x) = (2x^3 + 2x - 6) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$
- e) $P(a) = 0$;
 $P(x) = x^3 - ax^2 + bx^2 - abx + x - a = x^2 \cdot (x - a) + bx \cdot (x - a) + x - a = (x^2 + bx + 1) \cdot (x - a)$

Sol. Ex. 3.20.

- a) $P(1) = 0, \quad P(2) = 0 \quad P(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 3)$
- b) $P(1) = 0, \quad P(-1) = 0, \quad P(-2) = 0 \quad P(x) = \left(x^2 + \frac{x}{2} + 1\right) \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 2)$

Sol. Ex. 3.21.

- a) $Q(x) = 3x^2 + 5x + 1 \quad r = 7$
- b) $Q(x) = x^5 - x^3 + 3x - 1 \quad r = -3$