

## Lezione 3

### Esercizi

**ESERCIZIO 3.1.** Calcolare il valore assunto dai seguenti monomi, in corrispondenza dei valori indicati per ciascuna lettera

a)	$3d^2ax$	per	$a = 1$	$d = 2$	$x = \frac{1}{6}$
		oppure	$a = 2$	$d = \frac{1}{2}$	$x = 6$
		oppure	$a = \frac{1}{2}$	$d = 1$	$x = 5$
b)	$-\frac{1}{2}xz^3$	per	$x = 1$	$z = 2$	
		oppure	$x = \frac{2}{3}$	$z = -3$	
		oppure	$x = -\frac{1}{4}$	$z = -1$	

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.2.** Per ciascuno dei seguenti monomi indicare il grado complessivo e quello rispetto a ciascuna lettera

a)	$\frac{1}{2}x^2ayz^4$	b)	$-\frac{3}{7}abc$	c)	$\frac{8}{5}h^3d^2xy^4$	d)	$\sqrt{3}a^2x^2y$
----	-----------------------	----	-------------------	----	-------------------------	----	-------------------

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.3.** Svolgere le seguenti operazioni, indicando se il risultato è un monomio:

a)	$(-3x^2yz^3) + (5yz^3x^2) =$	b)	$\left(\frac{3}{2}axb^5\right) - \left(\frac{1}{2}ax^5b\right) =$
c)	$(2xyaz^2) \cdot (3x^2dwz) =$	d)	$\left(-\frac{2}{3}bx^2w\right) \cdot \left(\frac{3}{2}b^2xy\right) =$
e)	$(11a^3x^2y^5) : (5ax^2) =$	f)	$(6a^3xw^2) : (3a^2xy) =$
g)	$\left(-\frac{2}{5}x^2yw^3\right)^2 =$	h)	$(xy^2ab^3)^3 =$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.4.** Svolgere le seguenti operazioni fra polinomi:

a)  $(8x^2y - 3xz + 4x^2z^3) + (8y + 5xz - x^2z^3) =$

b)  $(7a^2y + 11a^2y^2) - (2z^3 - 11a^2y + 2a^2y^2) =$

c)  $(2 - ax) \cdot (y + 5a) =$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.5.** Svolgere i seguenti prodotti notevoli:

a)  $\left(3a^2 + \frac{2}{3}y^3\right)^2 =$

b)  $(2x^2 - b)^3 =$

c)  $(a^3 - 3) \cdot (a^3 + 3) =$

d)  $(3y + 4w) \cdot (3y - 4w) =$

e)  $(2a - 3b) \cdot (4a^2 + 6ab + 9b^2) =$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.6.** Scomporre in fattori i seguenti polinomi, utilizzando i prodotti notevoli:

a)  $\frac{1}{4}a^2 + a + 1 =$

b)  $9x^4 + 12cx^2 + 4c^2 =$

c)  $x^2y^2 - 6xya^2 + 9a^4 =$

d)  $4x^4 - 25b^2 =$

e)  $16 - a^2x^4 =$

f)  $8x^3 - 36x^2b + 54xb^2 - 27b^3 =$

g)  $8w^6 - 27 =$

h)  $(x + a)^2 - (x - a)^2 =$

i)  $(x + a)^3 - (x - a)^3 =$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.7.** Razionalizzare il denominatore delle seguenti frazioni:

a)  $\frac{2}{3\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

b)  $\frac{4}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

c)  $\frac{3}{1 - \sqrt[3]{4}}$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.8.** Calcolare a mente:

a)  $563^2 - 562^2$

b)  $233^2 - 231^2$

c)  $(\sqrt{7} - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6})$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.9.** Completare le seguenti uguaglianze:

a)  $\sqrt{x^2 - 1} - x = \frac{-1}{\dots\dots\dots}$

b)  $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + x}} = \frac{\sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + x}}{\dots\dots\dots}$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.10.** Semplificare le seguenti espressioni:

a)  $\frac{1}{x^2 - y^2} : \frac{1}{x + y}$

b)  $\frac{6a^2}{a^3 - b^3} : \frac{3a}{a^2 + ab + b^2}$

c)  $\frac{y + 2}{y^2 + y} - \frac{y - 2}{y^2 - y} - \frac{3}{y^2 - 1}$

d)  $\frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

e)  $\frac{x - y}{\sqrt{y}} \left[ \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right]$

f)  $\left(a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right) \left(a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) : (a^3 - b)^2$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.11.** Raccogliere eventuali fattori comuni:

- a)  $cx^2 - cxy =$
- b)  $6a^3 + 3az - 9a^2x^2 =$
- c)  $13x^3z^5 + 12x^2z^4 + 4x^6z^6 =$
- d)  $27x^4 - 18x^3 + 3x^2 =$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.12.** Scomporre in fattori mediante raccoglimenti parziali:

- a)  $6x - 3 - 10x^2y + 5xy =$
- b)  $2x^2yz + 3y^2z^2 - 2x^2z - 3yz^2 =$
- c)  $-3xy^3 + 5x^2 - 3b^2xy^3 + 5b^2x^2 =$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.13.** Dato il polinomio in una variabile  $P(x) = -x^4 + 3x^3 + 5x^2 - 1$  calcolare:

$$P(0), \quad P(1), \quad P(-1), \quad P(2), \quad P(-2), \quad P\left(\frac{1}{2}\right), \quad P\left(-\frac{1}{2}\right)$$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.14.** Calcolare  $a, b, c, d$ , in modo che i due seguenti polinomi (nella variabile  $x$ ) siano uguali

$$P(x) = ax^3 + 3x^2 - x + 5$$

$$Q(x) = (a + c)x^2 + bx + d$$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.15.** Calcolare il quoziente  $Q(x)$  e il resto  $R(x)$  della divisione del polinomio  $P(x)$  per il polinomio  $D(x)$ , scrivendo poi le relazioni che legano i quattro polinomi

- |    |   |                             |
|----|---|-----------------------------|
| a) | $P(x) = x^4 + 1$                                  | $D(x) = x^2 - 2$            |
| b) | $P(x) = x^3 + x^2 - x$                            | $D(x) = x^2 - x + 1$        |
| c) | $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$                      | $D(x) = x^2 - 2x + 1$       |
| d) | $P(x) = \frac{5}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - 4x - 1$ | $D(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$ |
| e) | $P(x) = -4x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 1$                  | $D(x) = 2x^2 + x - 1$       |

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.16.** Utilizzando il teorema di Ruffini stabilire quali dei seguenti polinomi sono divisibili per  $x + 1$ :

a)  $x^3 - 1$

b)  $x^3 + 1$

c)  $x^4 - 1$

d)  $x^4 + 1$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.17.** Determinare il quoziente e il resto nella divisione per  $x - 1$  dei polinomi dell'esercizio precedente, dopo aver evidenziato quali tra loro sono divisibili per  $x - 1$ .

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.18.** Decidere se i seguenti polinomi sono divisibili per  $x + 1$  e  $x - 1$ . In ogni caso determinare quoziente e resto

a)  $x^6 - 1$

b)  $x^6 + 1$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.19.** Per ciascuno dei polinomi  $P(x)$  e  $D(x)$  verificare che  $P(x)$  è divisibile per  $D(x)$  (usando il teorema di Ruffini) e calcolare il quoziente (usando la regola di Ruffini o la scomposizione in fattori)

a)  $D(x) = x - 2$

$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 6$

b)  $D(x) = x + 1$

$P(x) = 2x^3 + x^2 + 2x + 3$

Attenzione:  $x + b = x - (-b) \quad \dots$

c)  $D(x) = x + \frac{3}{2}$

$P(x) = x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{15}{2}$

d)  $D(x) = x - \frac{1}{2}$

$P(x) = 2x^4 - x^3 + 2x^2 - 7x + 3$

e)  $D(x) = x - a$

$P(x) = x^3 - ax^2 + bx^2 - abx + x - a$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.20.** Verificare che i valori della  $x$  indicati sono radici del polinomio  $P(x)$ , e scomporre quest'ultimo mediante applicazioni ripetute della regola di Ruffini

a)  $x = 1, \quad x = 2$

$$P(x) = x^3 - 7x + 6$$

b)  $x = 1, \quad x = -1, \quad x = -2$

$$P(x) = x^5 + \frac{5}{2}x^4 + x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2$$

*Argomento*

*Soluzione*

**ESERCIZIO 3.21.** Calcolare quoziente e resto della divisione del polinomio  $P(x)$  per il binomio indicato

a)  $P(x) = 3x^3 - 7x^2 - 19x + 3$

$$x - 4$$

b)  $P(x) = x^6 + 5x^5 - x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 14x - 8$

$$x + 5$$

*Argomento*

*Soluzione*