

**METODI MATEMATICI DELLA FISICA**  
**Prova scritta del 18 febbraio 2014**

**Esercizio 1**

Calcolare l'integrale:

$$\int_0^{\infty} dx \frac{\sqrt{x}}{x^3 + 1}$$

**Esercizio 2**

Determinare l'immagine del quadrato di vertici  $0, 1, 1 + i, i$  nel piano  $z$ , per la trasformazione  $z \rightarrow z^2$ . Quanto vale l'area dell'immagine? Perché non si conservano i quattro angoli del quadrato?

**Esercizio 3**

Si consideri l'operatore parità su  $L^2(\mathbb{R})$ :  $(\hat{P}f)(x) = f(-x)$ . Per quali valori  $z \in \mathbb{C}$  esiste l'operatore inverso  $(z - \hat{P})^{-1}$ ? Calcolare l'azione di  $(i - \hat{P})^{-1}$  su una funzione.

**Esercizio 4**

Determinare la serie di Fourier della funzione di periodo  $4\pi$  che, sull'intervallo  $(-2\pi, 2\pi]$  ha la forma  $f(x) = \cosh(ax)$ . Scrivere l'identità di Parseval per lo sviluppo ottenuto.

**Esercizio 5**

Enunciare il teorema di Laurent (per lo sviluppo in serie di Laurent).