

METODI MATEMATICI DELLA FISICA

Prova scritta del 16 luglio 2012

Esercizio 1

Calcolare l'integrale complesso

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{e^{-i\pi x}}{x^3 + i}$$

Esercizio 2

Determinare l'immagine del triangolo nel piano z , con vertici 0 , 1 e $1 + i$ per la mappa $w = z^2$. Calcolare il rapporto delle due aree.

Esercizio 3

Calcolare la norma della funzione periodica

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\frac{i}{4}kx - \pi k}$$

nello spazio $L^2(0, a)$, dove a è il periodo della funzione.

Esercizio 4

Determinare il limite per $\epsilon \rightarrow 0^+$ della famiglia di funzioni

$$F_\epsilon(x) = \frac{2}{\pi\epsilon^2} \sqrt{\epsilon^2 - x^2} \theta(\epsilon^2 - x^2)$$

nello spazio $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$.