

METODI MATEMATICI DELLA FISICA
Prova scritta del 12 settembre 2012

Esercizio 1

Calcolare l'integrale:

$$\int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{4 - \cos^2 \theta}$$

Esercizio 2

Determinare le immagini nel piano w delle circonferenze $|z| = r$ e dei raggi uscenti dall'origine del piano z , per la mappa

$$w = z + \frac{1}{z}$$

Esercizio 3

Nello spazio di Hilbert delle matrici complesse 2×2 , col prodotto interno $(A|B) = \text{tr}(A^\dagger B)$, si consideri il sottospazio lineare di matrici

$$\mathcal{M} = \left\{ \lambda \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{C} \right\}$$

Determinare la scomposizione in $\mathcal{M} \oplus \mathcal{M}^\perp$ della matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & i \\ 1 & i \end{bmatrix}$$

Esercizio 4

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione generalizzata

$$\theta(1 - x^2)$$