

Metodi Matematici della Fisica 04 luglio 2018

Esercizio 1) Sia γ l'arco orientato di parabola con asse coincidente con l'asse reale, dal punto $1 - i\pi$ a $1 + i\pi$, passando per 0. Calcolare l'integrale su γ per entrambe le funzioni: 1) $\exp(iz)$, 2) $|\exp(iz)|$.

Esercizio 2) Calcolare l'integrale (puó essere utile il cambio $x^3 = t$):

$$\int_0^\infty dx \frac{x^{5/3}}{1+x^3}$$

Esercizio 3). i) Trovare gli elementi mancanti nella matrice di rotazione sapendo che quelli nella prima colonna sono ≥ 0 :

$$R = \begin{bmatrix} a & \dots & \dots \\ \dots & 1 & \dots \\ \dots & \dots & a \end{bmatrix}$$

ii) Indicare l'asse della rotazione e il significato del parametro a .

iii) Determinare completamente la matrice R^5 .

Esercizio 4) Su $\ell^2(\mathbb{C})$ si consideri il funzionale lineare $F : \{a_n\}_{n=1}^\infty \rightarrow \sum_{n=1}^M \frac{a_n}{\sqrt{n}}$. Nei due casi: M finito e $M = \infty$, argomentare se F è continuo e, nel caso, determinarne la norma-sup.

Esercizio 5a)

Posto: $\langle f|\varphi \rangle = \int_{-2}^\infty dx \frac{\varphi(x)}{1+|x|}$, mostrare che f è una distribuzione temperata e determinare la distribuzione f' .

Esercizio 5b). Si consideri $f(x) = \sin(x/2)$.

i) si calcoli lo sviluppo di Fourier di f in $L^2(-\pi, \pi)$;

ii) se ne discuta la convergenza puntuale e, in particolare, commentare il valore della serie in $x = \pi$;

iii) quanto vale la somma della serie in $x = 3\pi/2$?