

METODI MATEMATICI DELLA FISICA
Prova scritta del 24 giugno 2016

i) Calcolare $\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta(4 - x^2) \exp[-(x - 2)^2]$.

ii) Verificare se la funzione è analitica:

$$(x - y)(x + y - 2) + 2i(x - 1)(y - 1)$$

iii) Calcolare la norma $L^2(0, T)$, dove T è il periodo della funzione

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n(1-3it)}$$

oooooooooooo

Esercizio 1

Calcolare l'integrale:

$$\int_0^{\infty} dx \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2 + 2x + 2}$$

Esercizio 2

Data la mappa $w = z/(z + 1)$:

- 1) determinare l'immagine del fascio di rette passanti per $z = 0$.
- 2) determinare l'immagine della famiglia di circonferenze centrate in $z = 0$ (è utile sfruttare la proprietà $w(\bar{z}) = \overline{w(z)}$).

Qual è in particolare l'immagine della circonferenza $|z| = 1$? In che relazione sono le due famiglie di curve? Si concluda con una sintetica rappresentazione grafica.

Esercizio 3

P è il proiettore ortogonale $\mathbb{R}^3 \rightarrow \{\vec{x} : 5x - y = 0\}$.

- 1) Quali sono gli autovalori di P e la loro degenerazione?
- 2) Cosa si può concludere per una matrice di rotazione R che commuta con P ?