

METODI MATEMATICI DELLA FISICA
Prova scritta del 29 gennaio 2015

Esercizio 1

Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\infty} dx \frac{\sqrt[3]{x}}{(x+1)^2}.$$

Esercizio 2

Si dimostri la disuguaglianza

$$|\sinh(\operatorname{Re} z)| \leq |\cosh z| \leq \cosh(\operatorname{Re} z)$$

Determinare i punti di massimo della funzione $|\cosh z|$ nel quadrato di vertici $0, \pi, \pi + i\pi, i\pi$

Esercizio 3

Calcolare la serie di Fourier della funzione

$$f(x) = 1 + 2 \cos(x/2) + \cos^2(x/2)$$

sull'intervallo $(-\pi, \pi)$ e la sua norma in $L^2(-\pi, \pi)$.

Esercizio 4

Si consideri la successione

$$f_n = \sqrt{\frac{n}{2}} \chi_{[-1/n, 1/n]}, \quad n = 1, 2, \dots$$

in cui $\chi_{[a,b]}$ è la funzione caratteristica dell'intervallo $[a, b]$. Discutere la convergenza di f_n in $L^2(\mathbb{R})$ e successivamente in $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$.