

METODI MATEMATICI DELLA FISICA
Prova scritta del 14 giugno 2012

Esercizio 1

Calcolare l'integrale complesso

$$I = \int_C d\zeta \frac{\zeta^2}{\sin(\zeta^3)}$$

dove C è la circonferenza antioraria con centro nell'origine, raggio $3/2$.

Esercizio 2

Classificare le singolarità della funzione complessa

$$f(z) = \frac{1}{1 - 1/z}$$

e determinarne gli sviluppi di Laurent nei dischi forati di raggi opportuni e centrati sulle singolarità.

Esercizio 3

Sullo spazio lineare complesso formato dalle matrici complesse $n \times n$ si consideri l'applicazione

$$(A|B)_M =: \text{tr}(M^\dagger A^\dagger B M)$$

dove $\text{tr}(A)$ è la traccia della matrice A , A^\dagger è la coniugazione Hermitiana: $(A^\dagger)_{ij} = \overline{A_{ji}}$ e M è una assegnata matrice invertibile. Stabilire se è un prodotto interno.

Esercizio 4

Calcolare la trasformata di Fourier della distribuzione

$$\langle f | \phi \rangle = \phi'(1), \quad \phi \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$$